donde consegue che (/. è il parametro termometrico di un sistema di curve isoterme. Siccome l'espressione di [/, non contiene traccia della quantità /;, che definisce il doppio sistema *(u,* i>), e suppone solamente che le variabili *u, v* dieno all'elemento la forma (51), così l'equazione più generale

[/. = p sen 6 — p' cos 6 -f- *e*

rappresenta un sistema di curve che tagliano quelle del sistema p' = cost. sotto l'angolo costante 6.

Queste proprietà, che si possono anche dedurre immediatamente dal fecondo principio di GAUSS *), potrebbero reciprocamente servire a stabilirlo geometricamente. Esse risultano anche molto semplicemente dalla proprietà che hanno i due sistemi *u* e *v* (oppure p, p') di dividere la superficie in quadrati infinitamente piccoli.

Le formole precedenti stabiliscono una evidente analogìa fra gli infiniti sistemi isotermi che segano sotto un angolo costante un sistema isotermo dato, e gli infiniti sistemi di rette parallele che si possono tracciare in un piano. Questa analogìa si estende ad altri sistemi isotermi, come avremo occasione di vedere. Così per es. le due equazioni

^ I ",₂ | ^2

6 = are tg 4-,
u

rappresentano due sistemi isotermi ortogonali di cui a e £ sono i parametri termometrici. Sostituendo *x* ed *y* ad *u* e *v* si avrebbero le ordinarie coordinate isoterme polari nel piano.

Notiamo anche quest'altro risultato. Chiamando O l'angolo (variabile) del sistema isotermo p = cost. col sistema *v* — cost., si ha dalla (53)

ossia, ponendo per un istante *u* -f- *iv = p, u — i v = q₉*

^ +r*|t =
O
dp ~
dq '

da cui, supponendo che p abbia il valore (52),

*) *Allgemeine Auflòsung* ecc. nelle Astronomischen Abhandlungen, 3 Heft, Altona 1825. Una traduzione di questa importante Memoria trovasi nel tomo IV degli Annali di Matematica pura ed applicata (1861), pag. 214.